

# 非線形シュレディンガー方程式に対するソリトン解の漸近安定性



前田 昌也 Maeda Masaya

千葉大学大学院理学研究院准教授  
 専門分野：非線形偏微分方程式 埼玉県生まれ  
 2006年京都大学理学部卒業  
 2011年京都大学大学院理学研究科博士後期課程修了  
 2011年より東北大学大学院理学研究科助教  
 2013年より千葉大学大学院理学研究科助教  
 2016年より現職

## — どのような研究内容か？

海辺や船の上から海をみると水面には様々な波が行ったり来たりしていることがわかります。水面全体を決定するには各地点、各時間での水面の高さを決定すればよいので単純化すれば水面というのは時間と空間の関数で表すことができます。ではある時刻での水面の様子がわかっているときその後の水面／波の動きはどのようにしてわかるのでしょうか？実は水面に限らず時空間の関数としてあらわされるさまざまな現象は偏微分方程式と呼ばれる方程式に従うことが知られています。私の研究している非線形シュレディンガー方程式もそのような偏微分方程式の一つで浅い水面や（お風呂の栓を抜くと見られる）渦糸、レーザーやボーズアインシュタイン凝縮など様々な現象を記述します。

さて、水面上に現れる特徴的な波としてソリトンと呼ばれるものがあります。これは18世紀にエジンバラ郊外の運河においてスコット・ラッセルによって初めて報告されたもので速度、形をほとんど変えない波のかたまりが1キロ以上にわたって伝播するものです。20世紀以降このソリトンは現象自体の重要性もさることながら純粋数学的にも興味深いと思われ今なお精力的に研究が行われています。

私自身はソリトンの安定性、不安定性に興味をもって研究をしております。ソリトンが安定であるとは端的にソリトンに小さな擾乱をかけてもまだその形を保てるということで、不安定であるとは小さな擾乱によってソリトンが崩れてしまうことです。現実世界は擾乱で満ちているのでソリトンの安定性の研究は実際にソリトンが観測されるかということとも関係します。

## — 何の役に立つ研究なのか？

非線形シュレディンガー方程式とその仲間の偏微分方程式においてほとんどの解はソリトンとさざ波に分解されると思われているのでソリトンを理解することが非線形シュレディンガー方程式の一般の解を理解することにつながります。ま

た、非線形シュレディンガー方程式は光ファイバー中の光波の伝搬も記述しますのでソリトンの安定性の問題は高速通信などとも関係します。

私自身は数学の様々な道具を必要とする安定性解析自体に面白さを見出しています。

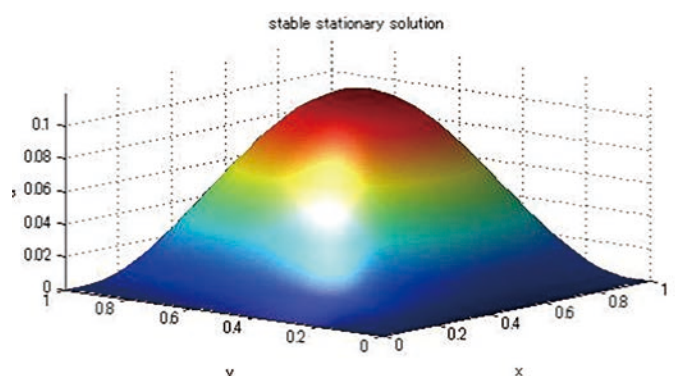
## — 今後の計画は？

ソリトンの安定性のほかにもソリトンのダイナミクス、つまりソリトンが空間の中をどのように動くか？や振動しているソリトンからどのようにエネルギーが漏れ出すのかについて最近は気になっています。また、ソリトンを含むより大きなクラスの解の中でのソリトンの位置づけを調べるのが有望な方向なのではないかと感じ始めています。

## — 関連ウェブサイトへのリンク URL

研究室 HP:

▶ <https://sites.google.com/view/masaya-maedas-wedpage/%E3%83%9B%E3%83%BC%E3%83%A0>



—— 成果を客観的に示す論文や新聞等での掲載の紹介

2018年度 日本数学会賞建部賢弘特別賞

▶ <https://mathsoc.jp/office/prize/takebelist.html>

令和2年度科学技術分野の文部科学大臣表彰 若手科学者賞

▶ [https://www.mext.go.jp/b\\_menu/houdou/mext\\_00187.html](https://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/mext_00187.html)

Analysis and PDE 8 (2015) no. 6, 1289-1349

▶ <https://msp.org/apde/2015/8-6/p01.xhtml>

Journal of Nonlinear Science 26 (2016) no. 6, 1851-1894

▶ <https://doi.org/10.1007/s00332-016-9322-9>

International Mathematics Research Notices, (2020), no. 18, 5679-5722

▶ <https://doi.org/10.1093/imrn/rny173>

—— 学生や若手研究者へのメッセージ

ソリトンの研究には様々な道具や知識が必要で、始めるまでが大変ですが、それが揃うと競争も激しくないので気楽に研究できます。また、様々な現象において現れるので研究の過程で様々なことを知ることができるのも魅力の一つだと思います。